13.03.2009

Классная работа.

Уравнение касательной. Формула Лагранжа.

Цели: вывести уравнение касательной к графику функции и научить находить его для конкретных функций. Рассмотреть формулу Лагранжа.

Ход урока.

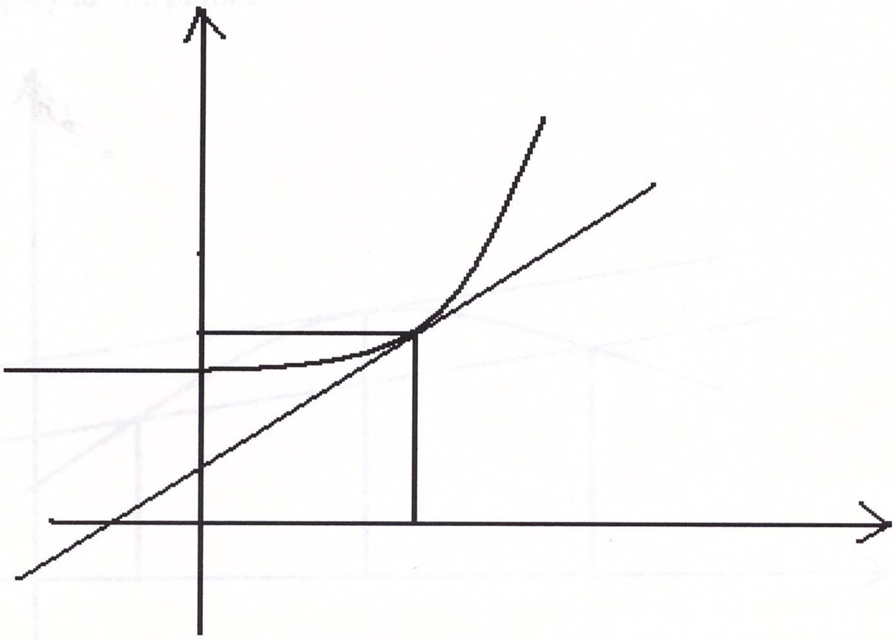
1. Проверка домашнего задания.

- Какая прямая называется касательной?
- В чем состоит геометрический смысл производной?
- Если $f'(x)<0$, то какой угол образует касательная с положительным направлением оси ОХ ? А если $f'(x)>0$ или $f'(x)=0$?

2. Объяснение нового материала.

- Вывод уравнения касательной к графику функции.

Выведем уравнение касательной к графику функции $f(x)$ в точке $A(x_0; f(x_0))$.



Уравнение прямой с угловым коэффициентом $f'(x_0)$ имеет вид:

$$y = f'(x_0) \cdot x + b.$$

Для вычисления b воспользуемся тем, что касательная проходит через точку A:

$$f(x_0) = f'(x_0) \cdot x + b, \text{ откуда } b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0,$$

значит, уравнение касательной таково:

$$y = f'(x_0) \cdot x - f'(x_0) \cdot x_0 + f(x_0),$$

или

$$\mathbf{y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) \qquad (1)}$$

Пример. Найдем уравнение касательной к графику функции

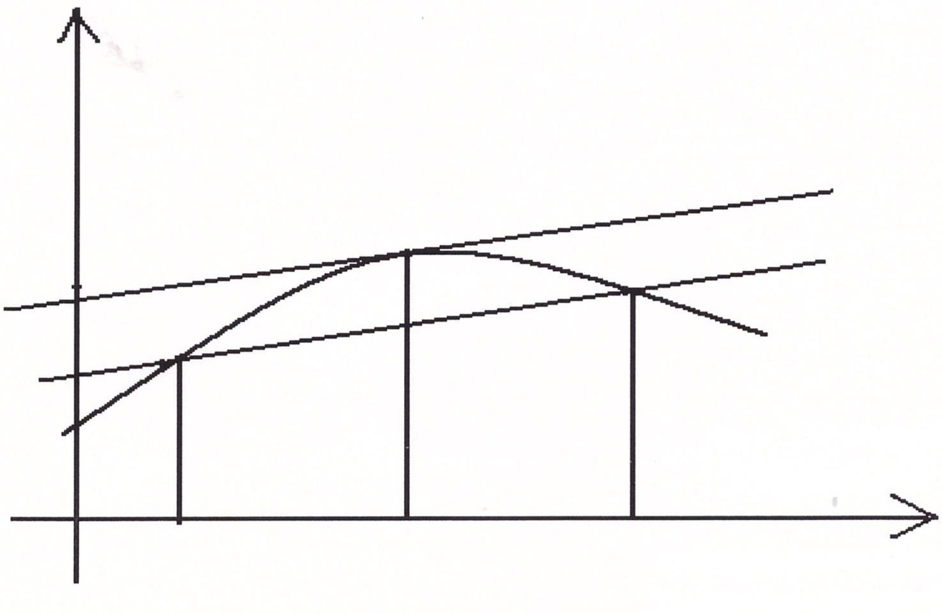
$f(x)=x^3 - 2x^2 + 1$ в точке с абсциссой 2.

В этом примере $x_0 = 2$, $f(x_0) = f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 1 = 1$, $\mathbf{f'(x)} = 3 \cdot x^2 - 4 \cdot x$,

$f'(x_0) = f'(2) = 4$

Подставляя эти числа в уравнение **(1)**, получаем уравнение $y = 1 + 4(x-2)$, т.е. $y = 4x - 7$.

- Формула Лагранжа.



Итак, если функция дифференцируема, то на интервале (a;b) найдется такая точка c $\in$ (a;b), что

$$f'(c) = (f(b) - f(a))/(b-a).$$

Эта формула называется *формулой Лагранжа*.

3. **Решение упражнений**. №255(а,б),№256(а,б).
4. **Итоги урока.**
5. **Домашнее задание**: § 5 п.19; №255(в,г), №256(в,г).